

QUANTIDADE DE MOVIMENTO: COLISÕES ELÁSTICAS EM DUAS DIMENSÕES

1. OBJETIVO

Estudar colisões elásticas entre dois corpos, e verificar experimentalmente a validade das leis da conservação de quantidade de movimento e da conservação de energia.

2. TEORIA

Uma colisão é um evento isolado no qual uma força relativamente forte atua sobre cada uma das partículas colidindo durante um intervalo de tempo relativamente curto. Estas forças são internas ao sistema de partículas, e são significativamente maiores que qualquer outra força externa durante a colisão. As leis da conservação de quantidade de movimento linear e de energia, aplicadas imediatamente antes e após uma colisão, permitem prever as conseqüências da colisão e compreender as interações entre os corpos que colidem. Aqui serão consideradas colisões oblíquas entre um corpo-projétil em movimento e um corpo-alvo em repouso. Na Figura 1 é mostrada uma situação típica. A distância b , que impede a colisão de ser frontal, é denominada "parâmetro de impacto". Antes da colisão a quantidade de movimento do sistema é:

$$\vec{p}_i = \vec{p}_{Ai} + \vec{p}_{Bi} \quad (1)$$

Se m_A e m_B são as massas dos corpos projétil e alvo, respectivamente, e \vec{v}_{Ai} e \vec{v}_{Bi} ($=0$) as suas correspondentes velocidades iniciais, tem-se:

$$\vec{p}_i = \vec{p}_{Ai} = m_A \vec{v}_{Ai} \quad (2)$$

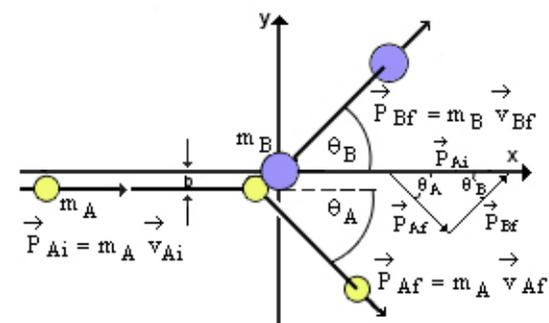


FIGURA 1. Colisão oblíqua entre dois corpos. A distância b é o parâmetro de impacto. À direita, sobre o eixo x , é mostrada a soma vetorial das quantidades de movimento dos corpos antes e após a colisão.

Após a colisão os corpos se deslocam com velocidades \vec{v}_{Af} e \vec{v}_{Bf} , afastando-se da direção inicial do corpo-projétil com ângulos θ_A e θ_B , mostrados na Figura 1. Agora a quantidade de movimento do sistema é:

$$\vec{p}_f = \vec{p}_{Af} + \vec{p}_{Bf} = m_A \vec{v}_{Af} + m_B \vec{v}_{Bf} \quad (3)$$

A teoria afirma que numa colisão elástica há conservação da quantidade de movimento. Neste caso:

$$\vec{p}_i = \vec{p}_f \quad (4)$$

Substituindo (2) e (3) em (4):

$$\vec{p}_{Ai} = \vec{p}_{Af} + \vec{p}_{Bf} \quad (5)$$

ou:

$$m_A \vec{v}_{Ai} = m_A \vec{v}_{Af} + m_B \vec{v}_{Bf} \quad (6)$$

Laboratório de Física I

Esta equação pode ser decomposta nas suas componentes x e y .

Além disso, a teoria afirma que neste tipo de colisão também há conservação da energia cinética:

$$E_{ci} = E_{cf} \quad (7)$$

isto é:

$$\frac{1}{2} m_A v_{Ai}^2 = \frac{1}{2} m_A v_{Af}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{Bf}^2 \quad (8)$$

Entretanto, uma colisão real não é perfeitamente elástica, ou seja, durante a colisão o sistema perde uma pequena fração da sua energia cinética inicial.

Do ponto de vista teórico é possível prever o ângulo θ_B , desde que se conheçam os raios de ambos os corpos, R_A e R_B . Durante o curto intervalo de tempo em que eles estão em contato, um imprime um impulso sobre o outro. A direção das forças impulsoras coincide com a reta que passa pelos centros de massa dos corpos. Portanto:

$$\theta_B = \arcsen\left(\frac{b}{(R_A + R_B)}\right) \quad (9)$$

É importante lembrar que uma colisão entre dois corpos não implica necessariamente no contato físico entre eles. Numa colisão elétron-elétron, por exemplo, o campo elétrico repulsivo impede o contato físico entre estas partículas. Na astronomia ocorrem fenômenos análogos.

3. MATERIAIS

Trilho inclinado (cantoneira em "U"), duas esferas de aço ou de vidro (bolas de gude) com raios e massas iguais (opcional: e uma terceira esfera com raio e massa diferente das outras duas), papéis sulfite e carbono, fio de prumo, trena, balança, fita adesiva, régua graduada, esquadros (opcional: transferidor, paquímetro).

4. PROCEDIMENTO:

Com base no esquema da montagem experimental mostrado na Figura 2, siga o procedimento descrito em seguida.

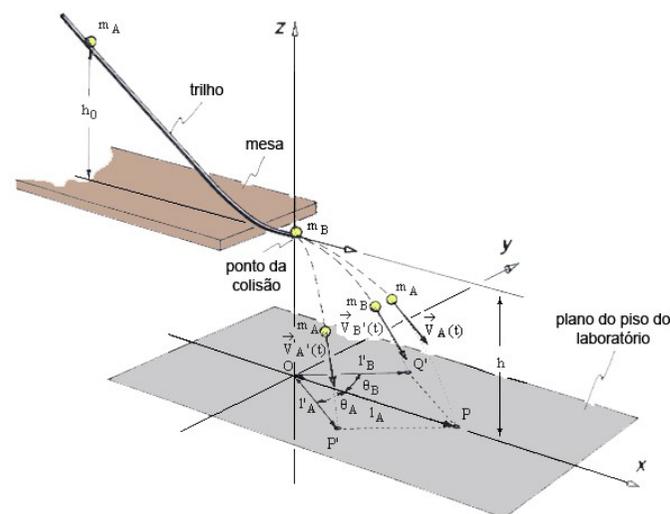


FIGURA 2. Esquema da montagem experimental para o estudo de colisões entre esferas.

- 1) Meça a altura, h , do piso do laboratório até o centro de massa da esfera-projêtil A colocada na extremidade inferior do trilho.
- 2) Numa posição mais elevada do trilho, marque um ponto de onde a esfera-projêtil A será liberada. Libere-a e observe em qual região ela atinge o piso. Se necessário, repita o procedimento. Nesta região, fixe uma folha de papel sulfite e sobre ela coloque uma folha de papel carbono.
- 3) Libere a esfera A do ponto previamente marcado no trilho, de modo que ela marque o papel sulfite. Repita este procedimento pelo menos três vezes.

Laboratório de Física I

- 4) Usando o fio de prumo, marque no piso o ponto a partir do qual a esfera A é lançada no espaço. Meça o alcance l_A da esfera (ver Fig. 2).
- 5) Calcule o tempo, t , durante o qual a esfera permanece no espaço, usando $g = 981 \text{ cm s}^{-2}$, e determine a sua velocidade de lançamento, $|\vec{v}_{Ai}|$.
- 6) Sobre o parafuso vertical no suporte móvel, fixado na extremidade inferior do trilho, coloque a esfera-alvo B. Certifique-se de que o parâmetro de impacto, b , seja diferente de zero, de modo que a colisão seja oblíqua. Ajuste a altura do parafuso de forma que a reta que passa pelos centros de massa das esferas seja o mais horizontal possível, como mostrado na Figura 3.
- 7) Do mesmo ponto inicialmente marcado no trilho, libere a esfera A de modo que ela colida com a esfera B. Observe atentamente as posições aproximadas nas quais elas atingem o piso. Se necessário, repita o procedimento. Nestas posições, fixe folhas de papel sulfite, e sobreponha às mesmas folhas de papel carbono.

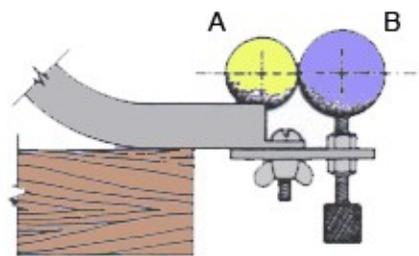


FIGURA 3. Ajuste da altura do centro de massa da esfera-alvo B em relação ao centro de massa da esfera-projétil A.

- 8) Repita agora o mesmo procedimento de modo que as esferas, ao atingirem o piso após a colisão, marquem os papéis sulfite. Faça-o pelo menos três vezes.
- 9) Usando o fio de prumo assinale no piso a posição da esfera-alvo B antes da colisão. Meça os alcances l'_A e l'_B de ambas esferas (ver Fig. 2).
- 10) Calcule as velocidades, $|\vec{v}_{Af}|$ e $|\vec{v}_{Bf}|$ após a colisão.
- 11) Determine os ângulos θ_A e θ_B (ver Figs. 1 e 2).
- 12) Meça as massas das esferas e calcule as quantidades de movimento de ambas antes e após a colisão. Compare os resultados e confronte-os com a teoria.

- 13) Mude o parâmetro de impacto, e siga o mesmo procedimento.

[Opcional]

- 14) Meça a inclinação e a largura interna do trilho, e o diâmetro da esfera-projétil A. Determine a altura, h_o , do centro de massa da esfera colocada no ponto assinalado no trilho até a linha que define a direção do seu lançamento no espaço.
- 15) Calcule a energia potencial inicial da esfera-projétil A, e compare o resultado com a sua energia cinética no instante em que é lançada no espaço.
- 16) Se ambas energias forem diferentes, inclua nos cálculos a sua energia cinética rotacional.
- 17) Repita os procedimentos acima com esferas A e B tendo massas diferentes.

5. QUESTIONÁRIO

- 1) Justifique os cuidados que devem ser tomados no item 6), do Procedimento, quanto a manter a linha entre os centros de massa das esferas na horizontal.
- 2) Faça um esboço do gráfico dos ângulos θ_A e θ_B (Fig. 1) em função do parâmetro de impacto, b , considerando iguais as massas das esferas ($m_A = m_B$).
- 3) Os ângulos θ_A e θ_B dependem da velocidade da esfera-projétil antes da colisão.
- 4) Calcule o valor da velocidade do centro de massa do sistema antes e após a colisão?
- 5) Supondo $m_A \neq m_B$, e sendo conhecidas as velocidades iniciais (considere $|\vec{v}_{Bi}| = 0$) e o parâmetro de impacto, b , apresente as equações necessárias para determinar os ângulos θ_A e θ_B , e as velocidades das esferas após a colisão, $|\vec{v}_{Af}|$ e $|\vec{v}_{Bf}|$.
- 6) O que é "coeficiente de restituição"? Calcule-o para o caso das esferas empregadas e usando os resultados do experimento realizado.

[Opcional]

- 7) Para a montagem experimental aqui considerada, há alguma influência do raio da esfera-projétil sobre a sua quantidade de movimento linear no instante em que é lançada no espaço?

6. BIBLIOGRAFIA

1. R. Resnick, D. Halliday, "Física", Vol. 1, 4ª ed., Livros Técnicos e Científicos Editora, Rio de Janeiro, 1984, Caps. 9 e 10.
2. F. Sears, M.W. Zemansky, H.D. Young, "Física", Vol. 1 (Mecânica da Partícula e dos Corpos Rígidos), 2ª ed., Livros Técnicos e Científicos Editora, Rio de Janeiro, 1983, Cap. 7.
3. GREF: Grupo de Reelaboração do Ensino de Física, "Física 1" (Mecânica), 3ª ed., Editora da Universidade de São Paulo, 1993, pp. 28-37, 48-59, 304-306.

Laboratório de Física I

4. H.M. Nussenzveig, "Curso Básico de Física", Vol. 1 (Mecânica), 2^a ed., Editora Edgard Blücher Ltda., São Paulo, 1992, Cap. 9.
5. M. Alonso, E.J. Finn, "Física - Um Curso Universitário", Vol. 1 (Mecânica), Editora Edgard Blücher Ltda., São Paulo, 1972, Cap. 9.
6. J. Goldemberg, "Física Geral e Experimental", Vol. 1, 2^a ed., Companhia Editora Nacional, São Paulo, 1970, pp. 197-226.
7. D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, "Fundamentals of Physics", 4th ed. (extended version), John Wiley & Sons, New York, 1993, Chapter 10.
8. R.H. Bacon, The collision of two particles. *Am. J. Phys.* **8**, 154 (1940).
9. E. Takeda, On the coefficient of restitution. *J. Phys. Soc. Jpn.* **8** (6), 790 (1953).
10. F.W. Van Name, Jr., Experiment for measuring the coefficient of restitution. *Am. J. Phys.* **26** (6), 386 (1958).
11. K. Hecht, Collision experiments in shadow projection. *Am. J. Phys.* **29**, 636 (1961).
12. H.A. Daw. J.P. Mitchell, Conservation of momentum experiment. *Am. J. Phys.*, **30** (7), 530 (1962).
13. J.H. Bayes, W.T. Scott, Billiard-ball collision experiment. *Am. J. Phys.* **31**, 197 (1963).
14. H.L. Armstrong, On elastic and inelastic collisions of bodies. *Am. J. Phys.* **32** (12), 964 (1964).
15. R.A. Bachman, Sphere rolling down a grooved track. *Am. J. Phys.* **53** (8) 765-7 (1985).

Ervin Carlos Ziemath
Rio Claro (SP), Maio de 2007